

Prefață	3
Notă explicativă – observații	5
Partea I. Notații, noțiuni elementare și definiții (algebră și geometrie)	7
Partea a II-a. Algebră	15
Ordinea efectuării operațiilor	17
Ordinea efectuării parantezelor	17
Cifre romane și arabe	17
Puteri (operații cu puteri)	18
Numere pătrate perfecte	18
Numere cuburi perfecte	19
Modele de exerciții cu ultima cifră a numărului	19
Teorema împărțirii cu rest	21
Baze de numerație	21
Metode aritmetice de rezolvare a problemelor	23
Transformarea textului literar al problemei în text matematic	26
Idei generale de lucru pentru rezolvarea problemelor de algebră	28
Divizorii unui număr	32
Multiplii unui număr	33
Criterii de divizibilitate	33
Proprietățile relației de divizibilitate în \mathbb{N}	34
Operații cu fracții zecimale	34
Fracții zecimale (transformări)	36
Media aritmetică	37
Media ponderată	37
Media armonică	37
Media geometrică (proporcională)	37
Unități de măsură	38
C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.	39

Numere prime între ele	40
Operații cu fracții ordinare	40
Procente	44
Proprietatea fundamentală a proporției	44
Modele de exerciții cu rapoarte și proporții	45
Modele de exerciții de divizibilitate	46
Proporționalitate directă	50
Proporționalitate inversă	50
Regula de trei simplă	50
Probabilități	51
Produs cartezian a două mulțimi	51
Opusul unui număr	51
Inversul unui număr	51
Modul (valoarea absolută)	52
Operații cu numere întregi	52
Formule de calcul prescurtat	53
Radicali (proprietăți)	54
Tipuri de exerciții cu radicali	54
Distanța dintre două puncte în plan	57
Partea întreagă și partea fracționară a unui număr	57
Funcția de gradul I	58
Idei generale de lucru pentru exerciții cu funcții de gradul I	61
Ecuația de gradul II	67
Semnul funcției de gradul I	67
Semnul funcției de gradul II	68
Maximul și minimul funcției de gradul II	68
Descompuneri în factori (metode)	69
Ecuații în \mathbb{R}	71
Inecuații în \mathbb{R}	78

Noțiuni de statistică și organizarea datelor	82
Partea a III-a. Geometrie	85
Noțiuni elementare de geometrie plană	87
Tipuri de triunghiuri	89
Figuri geometrice	90
Triunghiuri congruente	92
Cazurile de congruență a triunghiurilor	92
Cazurile de congruență a triunghiurilor dreptunghice	93
Linii importante în triunghi	93
Teorema centrului de greutate în triunghi	94
Teoreme în triunghiul echilateral și în triunghiul isoscel	95
Poligoane	95
Simetricul unui punct față de un punct	96
Simetricul unui punct față de o dreaptă	96
Criterii de paralelism	97
Suma unghiurilor în triunghi și în patrulater convex	97
Teorema unghiului de 30°	97
Teorema medianei într-un triunghi dreptunghic	98
Formula medianei	98
Teorema unghiului exterior triunghiului	99
Relația dintre bisectoarea interioară și cea exterioară	99
Linia mijlocie în triunghi	100
Linia mijlocie în trapez	100
Arii (suprafețe)	101
Triunghiuri asemenea	102
Diagonala pătratului și a cubului	102
Cazurile de asemănare a triunghiurilor	103
Teorema lui Thales	104
Teorema fundamentală a asemănării	104

Teorema înălțimii	105
Teorema catetei	105
Teorema lui Pitagora	105
Elemente de trigonometrie	106
Teorema unghiului de 15°	106
Cercul	107
Lungimea arcului de cerc	109
Aria sectorului de cerc	109
Patrulater inscriptibil	109
Raza cercului circumscris triunghiului	110
Raza cercului înscris triunghiului	110
Schemă de lucru pentru triunghiul echilateral	110
Schemă de lucru pentru pătrat	111
Idei generale de lucru pentru probleme de geometrie plană	111
Noțiuni de geometrie în spațiu	115
Prisme studiate în clasa a VIII-a	121
Piramide studiate în clasa a VIII-a	121
Trunchiuri de piramidă studiate în clasa a VIII-a	122
Teorema celor trei perpendiculare	122
Formule corpuri geometrice	123
Scheme generale de lucru pentru probleme cu piramide regulate	125
Scheme de lucru pentru unghiuri și distanțe în piramida triunghiulară regulată și piramida patrulateră regulată	126

7) Diferența dintre $\frac{2}{3}$ din 18 și 5% din 8 $\Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 18 - \frac{2}{100} \cdot 8$

8) Câtul numerelor x și $y \Rightarrow x : y$

9) Suma numerelor x și $y \Rightarrow x + y$

10) Înseamnă; este; a fost; va fi; reprezintă; obținem $\Rightarrow =$

11) Cu x mai mult **decât** $y \Rightarrow y + x$

12) Cu x mai puțin **decât** $y \Rightarrow y - x$

13) De x ori mai mult **decât** $y \Rightarrow y \cdot x$

14) De x ori mai puțin **decât** $y \Rightarrow y : x$

15) Împărțiți numărul 253 în părți direct proporționale cu numerele

3; 7; 5 și 2 $\Rightarrow \{x; y; z; m\}$ d.p. {3; 7; 5; 2} deci $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5} = \frac{m}{2}$

$$x + y + z + m = 253$$

$$x; y; z; m = ?$$

16) Împărțiți numărul 114 în părți invers proporționale cu numerele

4; 5 și 2 $\Rightarrow \{x; y; z\}$ i.p. {4; 5; 2} deci $x \cdot 4 = y \cdot 5 = z \cdot 2$

$$x + y + z = 114$$

$$x; y; z = ?$$

17) Un turist a parcurs în prima zi un sfert din tot drumul pe care-l avea de parcurs \Rightarrow tot drumul: $x = ?$ (dacă se cere)

$$\text{zi } 1: \frac{1}{4} \cdot x$$

sau: tot drumul: 276 km (de exemplu, dacă se dă)

$$\text{zi } 1: \frac{1}{4} \cdot 276$$

Idei generale de lucru pentru rezolvarea problemelor de algebră

- 1) Se scriu datele problemei pe scurt**, adică se transformă textul literar al problemei în text matematic, apoi datele se „leagă“ într-un mod firesc.
- 2) Se pune semnul întrebării la cerința problemei** pentru ca la final să se aibă în vedere a se răspunde la întrebarea problemei.
- 3) Problemele cu vârste** se rezolvă în următorul stil, pentru ca o problemă considerată „grea“ să devină „ușoară“:

- *Prezent: se scriu personajele și vârstele lor.*

Dacă există o relație simplă între aceste vârste, este de preferat să se treacă direct legătura dintre acestea, pentru a avea cât mai puține necunoscute.

De exemplu:

„Mama este cu 2 ani mai mică decât tatăl.“

⇒ Mama: $x - 2$ ani

Tata: x ani

• În unele probleme apar informații legate doar de vârstele personajelor din prezent. În aceste situații, după *prezent*, cu personajele și vârstele lor, se scrie ecuația care „răsare“, „legând“ într-un mod firesc datele problemei.

Exemplu:

Mama este cu 28 de ani mai mare decât fiul ei, iar tatăl este cu doi ani mai mare decât mama. Aflați vârstele fiecărui știind că suma vârstelor lor este de 64 de ani.

Rezolvare:*Prezent:**fiu: x ani = ? anni**mamă: $x + 28$ anni = ? anni**tată: $x + 28 + 2$ anni = ? anni*

$$x + x + 28 + x + 28 + 2 = 64$$

$$3x + 58 = 64 \Rightarrow 3x = 64 - 58 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow$$

$$x = 6 : 3 = \underline{2} \text{ (ani fiul)} \Rightarrow x + 28 = 2 + 28 = \underline{30} \text{ (ani mama)}$$

$$\text{și } x + 28 + 2 = 2 + 28 + 2 = \underline{32} \text{ (ani tatăl)}$$

- În alte probleme apar informații de genul: „peste 3 ani...“ sau „în urmă cu 2 ani...“ sau „peste câți ani...“.

În aceste situații se procedează astfel: dacă în problemă apare, de exemplu, exprimarea „în urmă cu 5 ani...“ după ce a fost scris *prezent* cu personajele și vârstele lor, se scrie *în urmă cu 5 ani* cu personajele și noile vârste, în primă fază, fără a citi și a încerca să se realizeze „legătura“ dintre vârste exprimată în textul problemei.

Exemplu:

Mama este cu 29 de ani mai mare decât fiica ei. Aflați vârsta mamei și vârsta fiicei, dacă în urmă cu 5 ani vârsta mamei a fost cu 9 ani mai mare decât triplul vârstei fiicei.

Rezolvare:*Prezent:**fiică: x ani = ? anni**mamă: $x + 29$ anni = ? anni**În urmă cu 5 ani:**fiică: $x - 5$ anni*

Noțiuni elementare de geometrie plană

Figură geometrică \Rightarrow în plan (ex.: triunghiul, pătratul, paralelogramul, rombul, cercul)

Corpuri geometrice \Rightarrow în spațiu (ex.: prisma, piramida, conul)

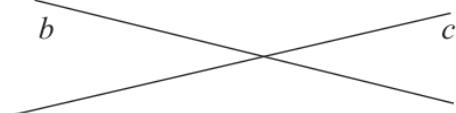
Puncte coliniare = puncte care se găsesc pe aceeași dreaptă
(există o dreaptă care să le conțină)



Drepte paralele = drepte situate în același plan, care nu se intersectează oricât le-am prelungi, adică nu au niciun punct comun.



Drepte concurente = drepte care se intersectează



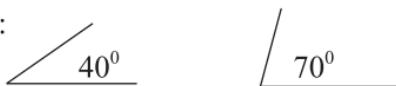
Unghi drept = unghi de 90°

ex.:



Unghi ascuțit = unghi mai mic de 90° (dar mai mare de 0°)

ex.:

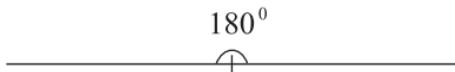


Unghi obtuz = unghi mai mare de 90° (dar mai mic de 180°)

ex.:

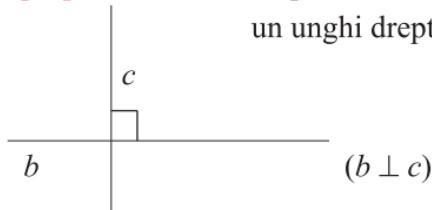


Unghi alungit = unghi de 180^0

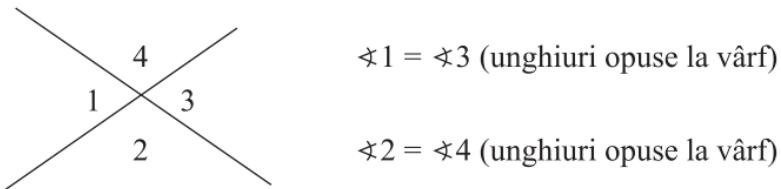


Unghi nul = unghi de 0^0

Drepte perpendiculare = drepte concurente care formează un unghi drept



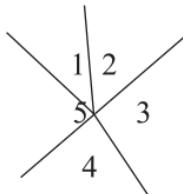
Unghiuri opuse la vârf (formate de două drepte concurente)



Unghiuri în jurul unui punct

(suma lor este de 360^0)

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 \leftarrow \sum - \infty^0$$



Unghi propriu = \angle drept, \angle ascuțit sau \angle obtuz

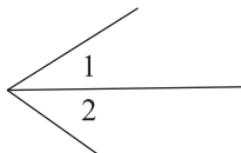
Unghi impropriu = unghi alungit sau unghi nul

Unghiuri complementare = două unghiuri a căror sumă este de 90^0

Unghiuri suplementare = două unghiuri a căror sumă este de 180^0

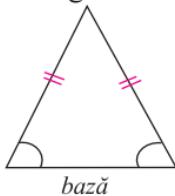
Unghiuri adiacente = două unghiuri care au același vârf, o latură comună, iar laturile necomune situate de o parte și de alta a laturii comune.

$\angle 1$ și $\angle 2 \Rightarrow$ unghiuri adiacente

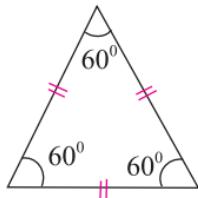


Tipuri de triunghiuri

1. Triunghi isoscel = triunghi care are două laturi congruente.



2. Triunghi echilateral = triunghi care are toate laturile congruente.



3. Triunghi oarecare (scalen) = triunghi care are toate laturile diferite.

